

Zadanie 1.

1. W pewnej konstrukcji dany jest tensor naprężenia, w układzie współrzędnych (x_1, x_2, x_3) :

$\sigma_{ij} =$	$-5.1 x_1^2$	$4.2 x_1 x_2 x_3$	$4.4 x_1 x_3$	[kPa]
	$4.2 x_1 x_2 x_3$	$-5.3 x_2^2$	$-5.9 x_1 x_2$	
	$4.4 x_1 x_3$	$-5.9 x_1 x_2$	$-4.9 x_3^2$	
	σ_{31}	σ_{32}	σ_{33}	

Obliczyć siłę objętościową F_3
w punkcie $(-7.2, -6.8, 5.5)$ [m].

$\overline{x_1}$ $\overline{x_2}$ $\overline{x_3}$

Siły objętościowe obliczamy z równania równowagi

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0,$$

skąd $F_i = -\sigma_{ij,j},$

dla $i=3$ $F_3 = -\sigma_{3j,j}.$

Po zastosowaniu umowy sumacyjnej

$$F_3 = -\sigma_{31,1} - \sigma_{32,2} - \sigma_{33,3},$$

a po zastosowaniu tradycyjnego zapisu pochodnej cząstkowej

$$F_3 = -\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} - \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} - \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3},$$

Czyli $F_3 = -4.4 x_3 - (-5.9 x_1) - (-2 \times 4.9 x_3),$

i po podstawieniu współrzędnych x_3 i x_1

$$F_3 = -4.4 \times 5.5 - [-5.9 \times (-7.2)] - (-2 \times 4.9 \times 5.5).$$

Ostatecznie $F_3 = -12.78 \text{ kN/m}^3$