

Zadanie 4.

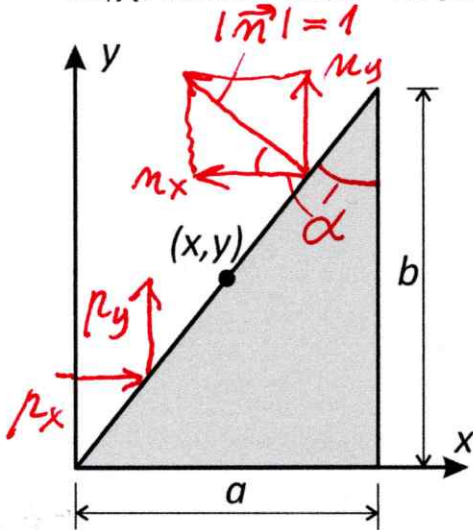
4. W płaskim stanie naprężenia trójkątnej tarczy dana jest funkcja naprężeń Airy'ego:

$$\phi(x,y) = x y (-3.4 y - 4.8 x + 5.8) \text{ [kN]}.$$

Obliczyć współzrzedną p_y obciążenia brzegowego tarczy w zadanym punkcie $(x,y) = (0.9900, 1.9800)$ [m]

na krawędzi ukośnej. Pominąć siły objętościowe.

Przyjąć dane: $a = 3.3, b = 6.6$ [m].



W płaskim stanie naprężenia, gdy znamy funkcję naprężenia Airy'ego $\phi(x,y)$, naprężenia możemy obliczać ze wzorów

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

Funkcja naprężenia $\phi(x,y)$ wygodnie jest przedstawić w postaci rozwiniętej

$$\phi(x,y) = x \cdot y \cdot (-3,4 y - 4,8 x + 5,8) = -3,4 x y^2 - 4,8 x^2 y + 5,8 x y$$

Skąd

$$\sigma_x = -2 \times 3,4 x = -6,8 x$$

$$\sigma_y = -2 \times 4,8 y = -9,6 y$$

$$\tau_{xy} = -(-2 \times 3,4 y - 2 \times 4,8 x + 5,8) = 6,8 y + 9,6 x - 5,8$$

Po ustawieniu współrzędnych punktu na brzoju

$$\left. \begin{array}{l} x = 0,99 \\ y = 1,98 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_x = -6,732 \text{ kPa} \\ \sigma_y = -19,08 \text{ kPa} \\ \tau_{xy} = 17,168 \text{ kPa} \end{cases}$$

Obciążenie (naprężenia) brzojowe obliczamy z ogólnego wzoru

$$p_i = \sigma_{ij} n_j$$

W zagadnieniu płaskim

$$p_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} n_\beta, \quad \alpha, \beta \in \{1, 2\}$$

Po rozwinięciu, w zapisie tradycyjnym, otrzymujemy

$$p_x = \sigma_x \cdot n_x + \tau_{xy} n_y$$

$$p_y = \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y$$

Współrzędne wektora normalnego (n_x, n_y) znajdujemy z podobieństwa trójkątów

$$n_x = -\cos \alpha = -\frac{6,6}{\sqrt{6,6^2 + 3,3^2}} = -0,8944$$

$$n_y = \sin \alpha = \frac{3,3}{\sqrt{6,6^2 + 3,3^2}} = 0,4472$$

Czyli

$$p_y = 17,168 \times (-0,8944) + (-19,08) \times 0,4472$$

Ostatecznie

$$\underline{\underline{p_y = -23,88 \text{ kPa}}}$$